9° ANO – A conquista da matemática pág. 36. Dia 4/5/2020 – **COPIAR TUDO NO CADERNO.**

CAPÍTULO 4

RADICAIS

Raiz enésima de um número real

Consideremos um número real *a* e um número natural *n*, com $n > 1$. A raiz enésima de um número real *a* é indicada pela expressão:

índice

$$\sqrt[n]{a}$$

radicando

Para examinar esse conceito de raiz enésima, vamos separar o estudo em dois casos: quando o índice for par e quando o índice for ímpar.

Acompanhe-os a seguir.

1º caso:

O índice *n* é par.

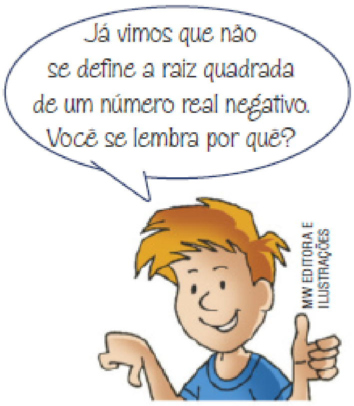
Podemos dizer que:

- quando o número real *a* é positivo ($a > 0$) e *n* é um número natural par diferente de zero, a expressão $\sqrt[n]{a}$ é igual ao número real positivo *b*, tal que $b^n = a$.
- quando o número real *a* é negativo ($a < 0$) e *n* é um número natural par diferente de zero, a expressão $\sqrt[n]{a}$ não é definida no conjunto dos números reais.

Observe:

- $\sqrt{49} = 7$, pois $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$.
- $\sqrt{27{,}04} = 5{,}2$, pois $5{,}2^2 = 5{,}2 \cdot 5{,}2 = 27{,}04$.
- $\sqrt[6]{729} = 3$, pois $3^6 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729$.
- $\sqrt[8]{256} = 2$, pois $2^8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256$.

Já vimos que não se define a raiz quadrada de um número real negativo, pois ao elevarmos um número real ao quadrado não obteremos um número real negativo. Esse fato se estende quando temos a raiz quarta ou a raiz sexta ou a raiz oitava, e assim por diante, de um número real negativo.



Observe:

2^2 é igual a 4, e $(-2)^2$ também é igual a 4. Não existe um número real que elevado ao quadrado seja igual a -4.

Dizemos, então, que $\sqrt{-4}$ não se define em $\mathbb{R}$.

Veja outros exemplos:

- $\sqrt[8]{-256}$ não se define em $\mathbb{R}$.
- $\sqrt[6]{-1}$ não se define em $\mathbb{R}$.
- $\sqrt[4]{-81}$ não se define em $\mathbb{R}$.

É importante notar a diferença entre as expressões $-\sqrt{9}$ e $\sqrt{-9}$.

- $-\sqrt{9}$ é o oposto de $\sqrt{9}$; logo, $-\sqrt{9} = -3$.
- $\sqrt{-9}$ não se define no conjunto $\mathbb{R}$.

2º caso:

O índice *n* é ímpar.

Podemos dizer que:

> Dado um número real *a* e um número natural ímpar *n*, a expressão $\sqrt[n]{a}$ é igual ao número real *b*, tal que $b^n = a$.

Observe que nesse caso o radicando pode ser positivo ou negativo.
Veja alguns exemplos:

- $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.
- $\sqrt[3]{-8} = -2$, pois $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$.
- $\sqrt[5]{3125} = 5$, pois $5^5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3\,125$.
- $\sqrt[5]{-3125} = -5$, pois $(-5)^5 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -3\,125$.

Observação:

Sendo *n* um número natural maior ou igual a 2, define-se: $\sqrt[n]{0} = 0$.

- $\sqrt[2]{0} = 0$
- $\sqrt[25]{0} = 0$
- $\sqrt[103]{0} = 0$
- $\sqrt[7855]{0} = 0$

Responda às questões no caderno.

1. Quantas das expressões seguintes não são definidas no conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais?

$\sqrt[3]{-8}$ $\quad$ $\sqrt{-1}$ $\quad$ $\sqrt[4]{-16}$

$\sqrt[5]{32}$ $\quad$ $\sqrt[10]{1}$ $\quad$ $\sqrt[3]{-125}$

2. Quais dos números a seguir têm raiz quadrada definida no conjunto $\mathbb{R}$?

a) 36	d) 144	g) 100
b) −64	e) 10	h) −9
c) −81	f) −4	i) 25

3. Quando $a = 10$, $b = 21$ e $c = 8$, a expressão $\sqrt{b^2 - 4ac}$ é definida no conjunto $\mathbb{R}$? Qual é o valor dessa expressão?

4. Verifique se a expressão $\sqrt{x^2 - y^2}$ é definida no conjunto $\mathbb{R}$ quando $x = 13$ e $y = -12$.

5. Sabendo que todas as expressões seguintes são definidas no conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais, calcule o valor de cada uma.

a) $\sqrt{0,25}$

b) $\sqrt[3]{0,008}$

c) $\sqrt{(-8)^2}$

d) $-\sqrt{100}$

e) $\sqrt[7]{-1}$

f) $\sqrt[3]{-125}$